

# パラレルメカニズム型工作機械における 重力に起因する運動誤差の補正法

## Compensation of Gravity-induced Errors on a Parallel Kinematic Machine Tool

奥田敏宏・京都大

茨木創一・京都大

垣野義昭・京都大

Toshihiro OKUDA, Kyoto University Soichi IBARAKI, Kyoto University Yoshiaki KAKINO, Kyoto University

中川昌夫・オークマ(株)

松下哲也・オークマ(株)

Masao NAKAGAWA, Okuma Corp. Tetsuya MATSUSHITA, Okuma Corp.

**Key Words** : Machine Tool, Motion Control, Parallel Kinematic Machine Tool, Gravity-induced Errors, Contouring Accuracy.

This paper presents a methodology to compensate contouring errors introduced by the gravity on a Hexapod-type parallel kinematic machine tool with the Stewart platform. We first present a kinematic model to predict the elastic deformation of struts caused by the gravity. The positioning error at the tool tip is given as the superposition of the deformation of each strut. It is experimentally verified on a commercial parallel kinematic machine tool that the machine's contouring error is significantly reduced by compensating gravity-induced errors on a reference trajectory.

### 1. はじめに

パラレル機構送り系は高速度かつ高精度な6自由度位置決めが比較的容易であるという特長により、工作機械への応用という面から以前より注目を集めてきた。この構造を持つ5軸加工機であるHexapodと称する初めての工作機械は1994年にIngersollとGidding&Lewis社により発表され、これまでに研究レベルでは多くの成果が報告されてきた<sup>(1)</sup>。しかし、期待に相違して現在でも現場で実用に供されている機械は世界を見渡しても数少ない。その原因の一つとして、パラレル機構の動作制御のためには数多い機構パラメータを正確に同定する必要があり、高精度な位置決めを実現するのがより困難であるという点が挙げられる。しかし、機構パラメータのキャリブレーション法についてはこれまでに多くの研究がなされ、著者らも円弧運動誤差測定の測定に基づくキャリブレーション法を用いて、主軸ユニットが作業領域の中心付近にある条件では真円度誤差を $5\mu\text{m}$ 以下に抑えられたことを報告した<sup>(2)</sup>。しかし、主軸の位置が作業領域の端近くにある場合や、主軸の姿勢変化(チルト角)が大きい場合などには、重力によるストラットの弾性変形の影響が大きくなるため、真円度誤差は急激に悪化する。パラレル機構送り系において、機械の位置決め精度への重力の影響は、主軸の位置及び姿勢によって大きく異なり<sup>(3)</sup>、パラレル運動学の特異点付近では特に大きくなる。もし、重力の影響を正確に予測でき、補正できるのであれば、運動誤差を作業領域全体で大幅に向上させることが可能である。以上のような観点から本研究では、Hexapod型パラレルメカニズム型工作機械を対象とし、重力に起因する運動誤差の予測を行うシミュレータと、それに基づく補正法を提案し、その効果を実験的に検証する。

### 2. パラレルメカニズム型工作機械の特徴と運動学

2.1 パラレルメカニズム型工作機械の特徴 本論文では、図1に示すスチュワートプラットフォームを用いたHexapod型のパラレルメカニズム型工作機械を対象として重力による変

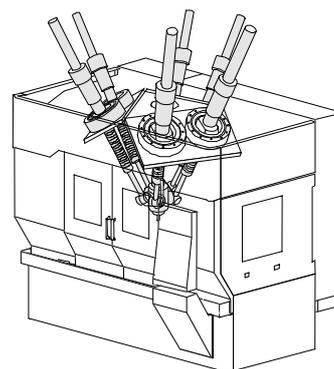


Fig. 1 A Hexapod-type parallel mechanism machine tool, COSMO CENTER PM-600 by Okuma Corp.

Table 1 Major specifications of PM-600

Workspace, mm	$\phi 600$ (XY) $\times 400$ (Z) (420 $\times$ 420 $\times$ 400)
Tilting angle, deg	$\pm 25$
Maximum rapid traverse speed, m/min	100
Maximum acceleration, $\text{m/s}^2$	14.7
Spindle speed, $\text{min}^{-1}$	12,000/30,000
Spindle power, kW	6

形誤差の補正法を提案する。検証実験にはオークマ(株)製COSMO CENTER PM-600を用いる。これは伸縮する6本の軸(ストラットと呼ぶ)を有し、それぞれ的一端は2自由度のジョイントをもつベースに取付けられている。他端は主軸ユニットを内蔵したプラットフォームに3自由度のジョイントで取付けられている。本研究では、図1に示すオークマ(株)製のHexapod型工作機械COSMO CENTER PM-600を対象とする。その主な仕様を表1に示す。ストラットの長さはナット駆動の中空軸サーボモータに取り付けられている角度検出器により制御されている。各ジョイントは球面ジョイントの代わりに、ローラベアリングを複数組み合わせることにより多自由度を構成している。

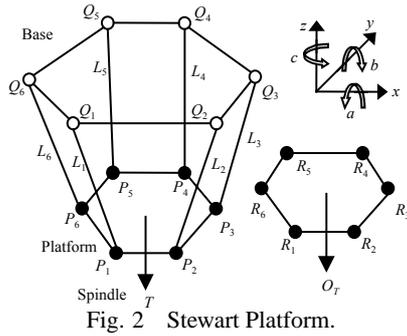


Fig. 2 Stewart Platform.

2.2 順運動学と逆運動学 図 2 において,  $T = [X, Y, Z, A, B, C]$  は主軸先端 (または工具先端) の位置と姿勢を表す. これを与えられたとき, 各ストラットの長さ  $L = [L_1, \dots, L_6]$  を求める問題は一般に逆運動学問題と呼ばれ, 次式のように表す:

$$L = \mathcal{F}(T) \quad (1)$$

ただし, 関数  $\mathcal{F}$  はプラットフォームジョイントの位置  $P_j$  ( $j = 1 \sim 6$ ), ベースジョイントの位置  $Q_j$  ( $j = 1 \sim 6$ ) に依存する逆運動学関数である. この逆運動学問題は幾何学的に容易に解くことができる<sup>(2)</sup>. 逆に, 各ストラットの長さ  $L$  が与えられたとき, 主軸の位置・姿勢  $T$  を求める問題は順運動学問題と呼ばれ, 次式のように表す:

$$T = \mathcal{F}^{-1}(L) \quad (2)$$

一般に順運動学問題を解析的に解くことは困難であり, 本研究では Newton-Raphson 法を用いて数値計算により解く.

### 3. 重力による変形誤差の推定及び補正

3.1 概要 最初に, 重力によって生じる各ストラットへの負荷を推定するシミュレーションモデルを考える. 工具先端における位置決め誤差は各ストラットへの負荷による弾性変形量の足し合わせにより推定される. これまでに著者らは, 図 1 に示す機械について, XY 平面内での円弧運動誤差軌跡に対するストラットの曲げ変形の寄与は, 軸方向の伸縮変形と比べて小さいことを FEM 解析を用いて示した<sup>(4)</sup>. したがって, 工具先端の位置決め誤差を推定するのに, ストラットの曲げは無視して, 軸方向への変形のみを考慮する. 各ストラットの負荷を定める要因として系全体に作用する, 1) 重力, 2) ボールねじとジョイントに作用する摩擦 force, 3) 慣性力を考慮する.

3.1.1 各ストラットに作用する重力  $j$  番目のストラットの方法を表す単位ベクトルを  $l_j$ , プラットフォーム重心を基準とした  $j$  番目のプラットフォームジョイントの位置ベクトルを  $B_j$  としたときに, 便宜的に関数  $\Gamma_{l,B}(x) : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^6$  を次式のように定義する.

$$\Gamma_{l,B}(x) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^6 (x_j l_j) \\ \sum_{j=1}^6 (B_j \times x_j l_j) \end{bmatrix} \quad (3)$$

ただし, 記号  $\times$  はベクトルの外積を表す.

各プラットフォームジョイントのストラット方向に作用する重力  $\hat{g} = \{\hat{g}_j\}_{j=1 \sim 6}$  は, プラットフォームの重心まわりの力とモーメントの釣合いより, 以下の連立方程式を  $\hat{g} = \{\hat{g}_j\}_{1 \sim 6}$  について解くことで求められる<sup>(5)</sup>.

$$\Gamma_{l,B}(\hat{g} - g_s) = \begin{bmatrix} -N_g \\ -M_g \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし,  $N_g, M_g \in \mathbb{R}^3$  はプラットフォームなどに作用する重力を, プラットフォームの重心まわりの合力, 及び合モーメントとして等価表現したものであり, 以下のように与える.

ストラット及びプラットフォームに作用する重力をモデル

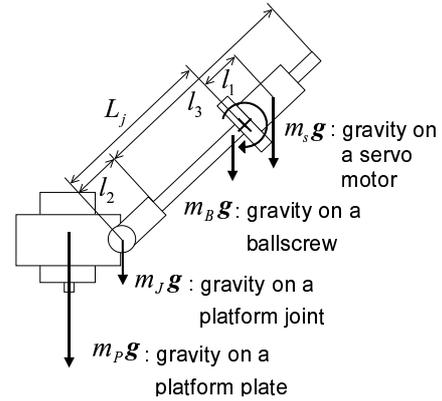


Fig. 3 A gravity model on a strut and a platform.

化したものを図 3 に示す. 図中,  $m_P, m_B, m_J, m_S$  はそれぞれ, プラットフォーム, ボールねじ, プラットフォームジョイント部, サーボモータの質量 (kg) を表す. また,  $l_1$  はベースジョイントからサーボモータの重心までの距離 (m),  $l_2$  はプラットフォームジョイント部の長さ (m),  $l_3$  はボールねじの長さ (m),  $L_j$  は  $j$  番目のストラットの長さ (m) である. このモデルを用いて,  $N_g, M_g$  を次式の通り与える.

$$\begin{aligned} N_g &= m_P g + \sum_{j=1}^6 N_{g,j} \\ M_g &= \sum_{j=1}^6 M_{g,j} \end{aligned} \quad (5)$$

ただし,  $g \in \mathbb{R}^3$  は重力の向きと大きさを表すベクトルである. ボールねじ, プラットフォームジョイント部, そしてサーボモータに働く重力は, ベースジョイントまわりのモーメントという形でプラットフォームに作用すると考える. 上式中の  $N_{g,j}, M_{g,j} \in \mathbb{R}^3$  は,  $j$  番目のストラットにおいてそれがプラットフォームジョイントまわりに作る等価な力, 及びプラットフォームの重心まわりの等価モーメントである:

$$\begin{aligned} N_{g,j} &= \left\{ \frac{m_B(L_j - l_2 - \frac{l_3}{2}) + m_J L_j - m_S l_1}{L_j} \right\} g \\ &\quad - \left[ \left\{ \frac{m_B(L_j - l_2 - \frac{l_3}{2}) + m_J L_j - m_S l_1}{L_j} \right\} g \cdot l_j \right] l_j \\ M_{g,j} &= B_j \times \left\{ \frac{m_B(L_j - l_2 - \frac{l_3}{2}) + m_J L_j - m_S l_1}{L_j} \right\} g \\ &\quad - B_j \times \left[ \left\{ \frac{m_B(L_j - l_2 - \frac{l_3}{2}) + m_J L_j - m_S l_1}{L_j} \right\} g \cdot l_j \right] l_j \end{aligned} \quad (6)$$

また,  $g_s \in \mathbb{R}^6$  は重力のストラット方向の大きさを表す:

$$\{g_s\}_j = m_T g \cdot l_j \quad (7)$$

ただし,  $m_T$  は各ストラットにおけるボールねじ, ジョイントなどの等価総質量 (kg) を表す.

3.1.2 各ストラットに作用する摩擦 force 各ストラットの送り系に作用する摩擦 force として, ナットとボールねじの間に生じるボールねじ軸方向の摩擦 force, 及びベースジョイントの回転方向の摩擦 force を考える.  $j$  番目のストラットの軸方向に作用する摩擦 force  $\hat{f} = \{\hat{f}_j\}_{1 \sim 6}$  は, 以下の方程式を解くことによって求められる.

$$\Gamma_{l,B}(\hat{f} - f_b) = \begin{bmatrix} -N_c \\ -M_c \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし,  $f_b \in \mathbb{R}^6$  はナットとボールねじの間に生じる摩擦 force であり, ここでは以下のような単純なモデルを用いた.

$$\{f_b\}_j = -f_{0j} \text{sign}(\dot{L}_j) \quad (9)$$

ただし,  $f_{0j}$  は定数である (N).  $f_{0j}$  には速度に依存する成分や, ストラットの方向に依存する成分もあると考えられるが, 実機を用いた試験ではその影響は小さかったため, 単純のた

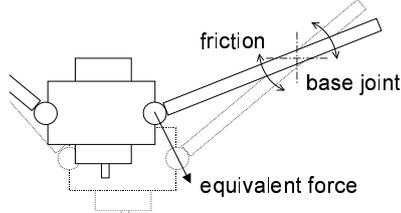


Fig. 4 The friction on a base joint.

め一定であるとする。

$N_c, M_c \in \mathbb{R}^3$  は、図4に示すように、ベースジョイントの回転方向の摩擦力をプラットフォームジョイントに作用するストラットと垂直方向の力として表し、プラットフォームの重心まわりの合力・合モーメントとして等価変換したものである。すなわち、

$$\begin{aligned} N_c &= -\sum_{j=1}^6 \frac{t_{0j}}{L_j} \frac{d(L_j l_j)/dt}{|d(L_j l_j)/dt|} \\ M_c &= -\sum_{j=1}^6 B_j \times \frac{t_{0j}}{L_j} \frac{d(L_j l_j)/dt}{|d(L_j l_j)/dt|} \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、 $t_{0j}$  は  $j$  番目のストラットのベースジョイントに生じる摩擦トルク (Nm) である。

3-1-3 慣性力 主軸先端（または工具先端）に作用する慣性力を  $N_I \in \mathbb{R}^3$  とすると、各ストラット方向の分力  $\hat{f}_I = \{\hat{f}_{Ij}\}_{1 \sim 6}$  は以下の方程式を解くことによって求められる。

$$\Gamma_{I,B}(\hat{f}_I) = \begin{bmatrix} -N_I \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

主軸先端の加速度が小さい場合、慣性力は重力や摩擦と比較して小さくなり、無視することも可能である。

3-2 位置決め誤差の推定 以上をまとめると、工具先端の位置及び姿勢  $\hat{T}$  が与えられたとき、各ストラットの軸方向に働く負荷は以下のようにして推定できる：1) 与えられた  $\hat{T}$  に対し、逆運動学を解くことでストラットの位置  $l_j$ 、プラットフォームプレートの重心からのプラットフォームジョイントの位置  $B_j$  を計算する。2)  $\hat{g}, \hat{f}, \hat{f}_I$  をそれぞれ式(4),(8),(11)から求める。3) 各ストラットに働く軸方向の力の大きさ  $\hat{F} \in \mathbb{R}^6$  は  $\hat{F} = \hat{g} + \hat{f} + \hat{f}_I - f_b$  によって推定できる。ストラット方向の摩擦  $f_b$  は弾性変形に寄与しないと、ここでは除外する。 $j$  番目のストラットの軸方向への弾性変形量  $\{\Delta \hat{L}\}_j$  は次式で与えられると仮定する。

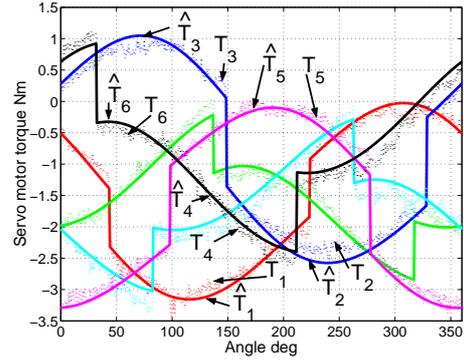
$$\{\Delta \hat{L}\}_j = \left( K_{stiff,1} \frac{L_j - l_2}{l_3} + K_{stiff,2} \right) \{\hat{F}\}_j \quad (12)$$

ここで、 $K_{stiff,1} \in \mathbb{R}$  は軸方向への負荷に対するボールねじ全体のコンプライアンスを表し、 $K_{stiff,2} \in \mathbb{R}$  は軸方向への負荷に対するボールねじ以外の構成部品のコンプライアンスを表す。また、 $K_{stiff,1}, K_{stiff,2}$  は簡単のため、それぞれ全てのストラットで同じ値とする。後で述べるように、これらパラメータは実機の軌跡誤差の結果に基づいて同定される。その結果、工具先端での位置決め誤差  $\Delta \hat{T} \in \mathbb{R}^6$  は各ストラットの変形量の重ねあわせにより与えられる。

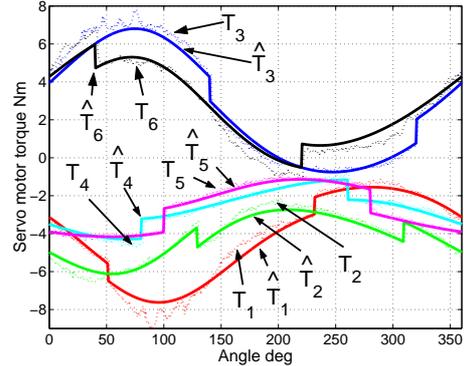
$$\Delta \hat{T} = \mathcal{F}^{-1}(\hat{L} + \Delta \hat{L}) - \hat{T} \quad (13)$$

ここで、関数  $\mathcal{F}^{-1}$  は順運動学関数を表す。 $\hat{T} \in \mathbb{R}^6$  は工具先端に対する位置及び姿勢指令である。 $\hat{L} \in \mathbb{R}^6$  は順運動学問題  $\hat{L} = \mathcal{F}(\hat{T})$  をとくことで得られるストラットの長さである。

3-3 パラメータの同定 提案したモデルを、実機の運動精度を計測する単純な試験によって同定する。モデルの推定精度を上げるために、モデルに含まれるパラメータのうちの幾らかは、以下のような方法で同定する。図5(a)(b)は異なる2つの位置・姿勢で円弧運動時のサーボモータトルク ( $T_1 \sim T_6$ ) を比較したものである。実験条件は、共に送り速度 1,000mm/min、回転方向は反時計回り (CCW) である。式(6)におけるサーボ



(a) Center location: (X,Y,Z)=(0,100,-1008) (mm), tilting angles: (A,B)=(0,0) (deg)



(b) Center location: (X,Y,Z)=(0,100,-1008) (mm), tilting angles: (A,B)=(-23,0) (deg)

Fig. 5 Comparison of measured ( $T_j$ ) and simulated ( $\hat{T}_j$ ) servo motor torque profiles on each strut ( $j = 1 \sim 6$ ) in a circular operation.

モータの質量  $m_S$ 、式(7)におけるストラットの等価全質量  $m_T$ 、式(9)におけるボールねじとナットの間の摩擦力の絶対値  $f_{0j}$ 、式(10)におけるベースジョイントの摩擦トルクの絶対値  $t_{0j}$  は、サーボモータトルクの実測と推定間の誤差が最小化するように同定した。図には同定したパラメータを用いて推定したサーボモータトルク ( $\hat{T}_1 \sim \hat{T}_6$ ) も示している。サーボモータトルクの推定誤差は (a) では 0.11Nm, (b) では 0.25Nm となった。式(12)におけるパラメータ  $K_{stiff,1}, K_{stiff,2}$  は円弧運動時の実機の誤差軌跡の測定に基づいて、実測と推定の軌跡の誤差を最小化するように定める。

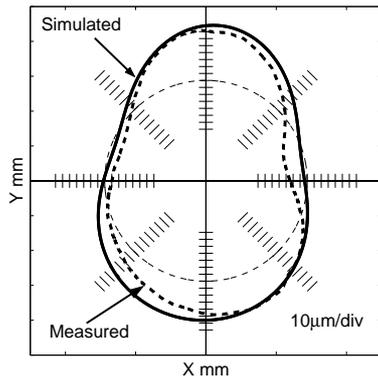
3-4 重力による変形誤差の補正 提案したモデルにより工具先端での位置決め誤差を推定できれば、それをキャンセルするように指令位置をずらすことで補正する。すなわち、与えられた指令位置（及び姿勢） $\hat{T}$  に対し、工具先端での位置決め誤差の推定値  $\Delta \hat{T}$  が求められたとき、補正指令は  $\hat{T}_{comp} := \hat{T} - \Delta \hat{T}$  により与えられる。

## 4. 検証実験

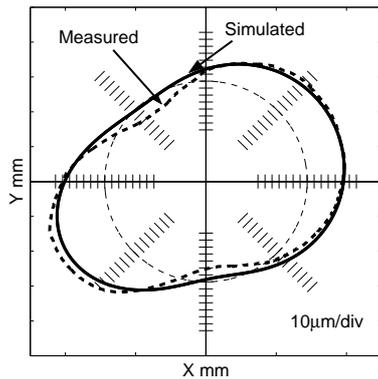
重力による変形誤差の補正法の妥当性を、実機において検証する。運動誤差の測定には DBB(Double Ball Bar) 装置<sup>(2)</sup>を用いた円弧運動測定法を用いる。

まず、モデルの推定精度について検証する。図6(a)(b)は、異なる位置・姿勢における円弧運動時の実測と推定の誤差軌跡を比較したものである。ただし、この図において、(a) はモデルの同定に用いた条件であるが、(b) は同定に用いていない。共に、実測と推定の軌跡がよく一致していることがわかる。

次に、重力による変形誤差の補正の効果を検証する。図7は、一定の位置において X 軸まわりのチルト角を  $-25^\circ \sim +23^\circ$  まで変えたときの、真円度誤差を補正ありと補正なしの場合で比較したものである。補正なしの場合、負のチルト角で絶対



(a) Center location:  $(X,Y,Z)=(0,100,-1008)$  (mm),  
tilting angles:  $(A,B)=(-23,0)$  (deg)



(b) Center location:  $(X,Y,Z)=(-70,-70,-1008)$  (mm),  
tilting angles:  $(A,B)=(17,-17)$  (deg)

Fig. 6 Comparison of measured (dashed line) and simulated (solid line) contouring error profiles in a circular operation.

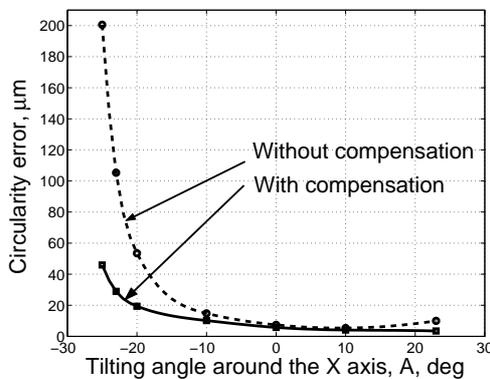
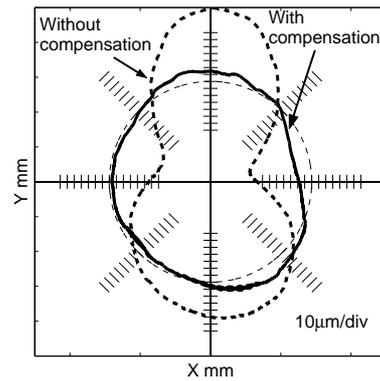
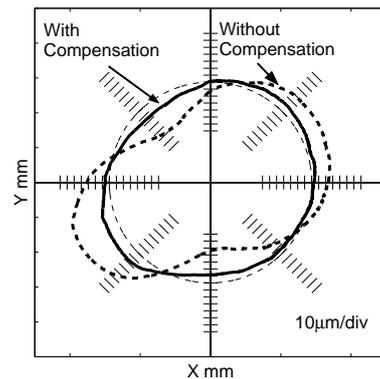


Fig. 7 Comparison of the circularity error with and without the compensation (center location:  $(X,Y,Z)=(0,100,-1008)$  mm, tilting angles:  $B = 0$  deg,  $A = -25 \sim +23$  deg)

値が大きくなるにつれて、真円度誤差は急激に悪化することが分かる。提案した補正法では、そのような平行運動学の特異点に近い条件において特に真円度が向上している。例えば、 $A = -25^\circ$  における補正なしとありの場合での実測軌跡の比較を図 8(a) に示すが、真円度誤差は  $200.6\mu\text{m}$  から  $44.5\mu\text{m}$  に減少し、78%の補正効果が得られる。それよりチルト角が大きい条件 ( $-10^\circ \leq A \leq 20^\circ$ ) における真円度誤差は補正なしでも  $15\mu\text{m}$  以下であり元々小さいが、そのような重力の影響が比較的小さい条件においても、提案した補正法により真円度誤差はわずかに減少している。図 8(b) に他の条件における軌跡誤差を示すが、真円度誤差は  $116.2\mu\text{m}$  から  $35.6\mu\text{m}$  へ減少し、69%の補正効果があった。



(a) Center location:  $(X,Y,Z)=(0,100,-1008)$  (mm),  
tilting angles:  $(A,B)=(-25,0)$  (deg)



(b) Center location:  $(X,Y,Z)=(-70,-70,-1008)$  (mm),  
tilting angles:  $(A,B)=(17,-17)$  (deg)

Fig. 8 Comparison of contouring error profiles in a circular operation with (solid line) and without (dashed line) the compensation.

## 5. 結 論

本論文では、Hexapod 型平行メカニズム型工作機械において重力によって生じる軌跡誤差の補正法について提案した。結論は以下のとおりである。

1. 重力による変形誤差を予測するシミュレーションモデルを構築した。モデルに含まれる幾つかのパラメータは円弧運動測定時の実測軌跡とサーボモータ電流に基づいて同定される。推定された軌跡誤差は実測とよく一致した。
2. 予測した位置決め誤差を補正することにより、実機の軌跡は作業領域における特異点付近では特に改善された。主軸の X 軸まわりのチルト角が  $-20^\circ$  より小さい場合には、真円度誤差は最大で約 80% 減少した。

## 文 献

- (1) Weck, M. and Staimer, D., Parallel Kinematic Machine Tools – Current State and Future Potentials, *Annals of the CIRP*, Vol. 51, No. 2 (2002), pp. 671–683.
- (2) 中川 昌夫, 松下 哲也, 梨木 政行, 垣野 義昭, 井原 之敏: Hexapod 型平行メカニズム工作機械の精度向上に関する研究 (第 1 報) 重力の影響の少ない条件下での精度キャリブレーション, *精密工学会誌*, 67, 8 (2001), pp. 1333–1337.
- (3) Soons, J. A., Measuring the Geometric Errors of a Hexapod Machine Tool, *Proc. of the LAMDAMAP*, (1999), pp. 169–182.
- (4) 高岡 寛也, 垣野 義昭, 茨木 創一, 中川 昌夫, 松下 哲也, 神通 邦彦: 平行メカニズム型工作機械の重力誤差補正, 2002 年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集, (2002), pp. 236.
- (5) 太田 浩充, 大坪 和義, 内山 勝, 遠山 退三, 渋川 哲郎: 平行メカニズムのキャリブレーション法の研究 (第 3 報) 重力補償と重力を考慮した機構パラメータのキャリブレーション, *精密工学会誌*, 67, 7 (2001), pp. 1114–1119.