

サーボ制御系の感度を用いた輪郭運動誤差の解析

京都大学 穴澤裕一, 松原 厚, 茨木創一, 河野大輔

Analysis of Contouring Error by using Sensitivity of Servo Control Systems
Kyoto University Yuichi ANAZAWA, Atsushi MATSUBARA, Soichi IBARAKI, Daisuke KONO

Recently, high speed and high precision machining is required. Contouring error is caused in high speed and high acceleration motion due to the differences of servo parameters. In this research, the influence of the difference of the servo parameters between two axes on contouring error is evaluated by using sensitivity of servo control systems. When the difference of the servo parameters between two axes was small, contouring error was estimated by sensitivity. It was simulated that contouring error was reduced by tuning position command.

1. 緒言

近年, 光学部品や精密金型など小型で高精度な部品を高効率で加工する要求が高まっている. こうした要求にこたえるために, リニアモータを用いた非接触駆動の加工機の開発が行われている. 非接触駆動方式では摩擦に起因する運動誤差は非常に小さい. そのため, サーボ制御系の動特性が運動誤差に大きく影響する. 特に, 制御系の外乱応答特性を各軸で同程度にするために, 2 軸間でサーボゲインは異なった値が設定され, この違いが運動誤差を大きくする.

本研究では, サーボ制御系の感度を用いて 2 軸間のサーボゲインの差が輪郭運動誤差に与える影響の評価を行う. また, 感度を用いて推定した輪郭運動誤差から, 要求される運動誤差を満たす位置指令を設定する方法について考察する.

2. サーボ制御系の構成

本研究では, 運動誤差の解析に図 1 に示すサーボ制御系のモデルを用いる. 図中で, K_p : 位置ループゲイン, $G_v(s)$: 速度制御器, K_f : 推力定数, m : 被駆動体質量, $G_f(s)$: フィードフォワード制御器, X_r : 補間処理後の位置指令, X_c : 制御系への位置指令, X_s : 位置応答, F_d : 外乱入力である. 速度制御系には次式に示す PI 制御を用いる.

$$G_v(s) = K_{vp} \left(1 + \frac{K_{vi}}{s} \right) \quad (1)$$

ここで, K_{vp} : 速度ループゲイン, K_{vi} : 速度ループ積分ゲインである. また, 速度制御系の帯域 ω_v は $\omega_v = K_{vp} K_f / m$ となる. フィードフォワード制御器 $G_f(s)$ は, 次式に示すフィードフォワード制御を用いる.

$$G_f(s) = 1 + \frac{K_f s}{K_p} \quad (2)$$

ここで, K_f : フィードフォワードゲインである.

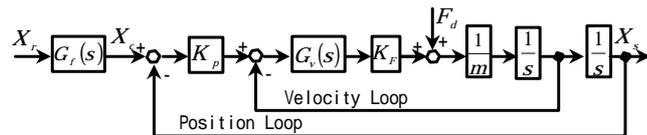


Fig.1 Block diagram of servo controller

3. サーボ制御系の伝達関数と感度

3.1 サーボ制御系の伝達関数

図 1 のサーボ制御系のモデルの X_c から X_s への伝達関数 $G(s)$ は次式で表される.

$$G(s) = \frac{K_p \omega_v (s + K_{vi})}{s^3 + \omega_v s^2 + \omega_v (K_p + K_{vi})s + K_p \omega_v K_{vi}} \quad (3)$$

また, F_d から X_s への伝達関数 $G_d(s)$ は次式で表される.

$$G_d(s) = \frac{s}{m\{s^3 + \omega_v s^2 + \omega_v (K_p + K_{vi})s + K_p \omega_v K_{vi}\}} \quad (4)$$

2 軸間の外乱応答を同等にするには, $m \times \omega_v$ を一致させる必要がある. 2 軸間の被駆動体質量は異なることが多いので, 速度制御系の帯域が 2 軸間で異なり, 運動誤差が大きくなる.

3.2 サーボ制御系の感度

あるサーボゲインが 2 軸間で異なるとき, 2 軸間の周波数応答がどれだけ異なるかの指標が感度である. サーボゲイン K に関する伝達関数 G の感度は以下のように定義される¹⁾.

$$S_K^G = \frac{d \ln G}{d \ln K} = \frac{dG}{dK} \frac{K}{G} \quad (5)$$

伝達関数 G は $G = |G|e^{j\angle G}$ で表すことができるので, これを式(5)に代入すると S_K^G は次式で表される.

$$S_K^G = S_K^{|G|} + j \angle G S_K^{\angle G} \quad (6)$$

ここで, $S_K^{|G|}$: 伝達関数 G のゲイン $|G|$ の感度, $S_K^{\angle G}$: 伝達関数 G の位相 $\angle G$ の感度である.

式(3)に示す伝達関数 $G(s)$ の速度制御系の帯域 ω_v に関する感度は次式のようになる.

$$S_{\omega_v}^{G(s)} = \frac{s^3}{s^3 + \omega_v s^2 + \omega_v (K_p + K_{vi})s + K_p \omega_v K_{vi}} \quad (7)$$

4. 輪郭運動誤差と感度の関係

4.1 円弧補間運動

半径 r , 角速度 ω_c の円弧補間運動時に, 各軸の動特性により, X 軸, Y 軸の位置応答 $X_s(t)$, $Y_s(t)$ に振幅差と位相差が生じる. これを次式のようにおく.

$$X_s(t) = r \cos(\omega_c t) \quad (8)$$

$$Y_s(t) = r(1 - \varepsilon) \sin(\omega_c t + \varphi) \quad (9)$$

ただし, ε : 振幅差の比率, φ : 位相差である. このとき, 輪郭運動誤差 $e(t)$ は次式で表される²⁾.

$$e(t) = \frac{r\varepsilon}{2} \{\cos(2\omega_c t) - 1\} + \frac{r\varphi}{2} \sin(2\omega_c t) \quad (10)$$

X 軸, Y 軸の速度制御系の帯域 ω_{vx}, ω_{vy} が $\Delta\omega_v$ だけ異なる ($\omega_{vy} = (1 + \Delta\omega_v)\omega_{vx}$ となる) とき, ε, φ は感度を用いて次式のように表される.

$$\varepsilon = |G_x(j\omega_c)| S_{\omega_{vx}}^{G_x(s)}(j\omega_c) \Delta\omega_v \quad (11)$$

$$\varphi = S_{\omega_{vx}}^{\angle G_x(s)}(j\omega_c) \Delta\omega_v \quad (12)$$

ただし、 $G_x(s)$: X 軸の位置指令から位置応答への伝達関数である。式(11)、(12)を式(10)に代入することで 2 軸間の動特性差に関する輪郭運動誤差が計算でき、真円度 e_r は次式で計算される。

$$e_r = r\sqrt{\varepsilon^2 + \varphi^2} \quad (13)$$

4.2 直線補間運動

X 軸との角度が θ_L である直線補間運動の位置指令のラプラス変換を $L_g(s)$ としたとき、輪郭運動誤差 $E_n(s)$ は以下のように表される³⁾。

$$\begin{aligned} E_n(s) &= L_g(s) \sin\theta_L \cos\theta_L \{G_x(s) - G_y(s)\} \\ &= L_g(s) \sin\theta_L \cos\theta_L S_{\omega_{vx}}^{G_x(s)}(s) \Delta\omega_v \end{aligned} \quad (14)$$

2 軸を同期した直線指令に対して、加減速時に過渡応答誤差が発生することが知られている³⁾。この誤差を低減するためには、2 段移動平均型加減速指令が有効であることが予想される。加減速指令の最大加速度を A_{cc} 、2 段目の移動平均時間を τ_2 とすると、運動開始直後(加速度変化中)の輪郭運動誤差は次式で表される。

$$E_n(s) = \frac{A_{cc}}{\tau_2 s^2} \sin\theta_L \cos\theta_L S_{\omega_{vx}}^{G_x(s)}(s) \Delta\omega_v \quad (15)$$

誤差の最大値 E_{\max} を求めるためにラプラス変換の最終値定理を用いる。

$$E_{\max} = \frac{A_{cc} \sin\theta_L \cos\theta_L \Delta\omega_v}{\tau_2 K_p \omega_{vx} K_{vi}} \quad (16)$$

真直度 E_L は $E_L = 2E_{\max}$ となる。真直度を E 以下にしたいとき、 τ_2 を次式のように設定すればよいことがわかる。

$$\tau_2 \geq \frac{2A_{cc} \sin\theta_L \cos\theta_L \Delta\omega_v}{EK_p \omega_{vx} K_{vi}} \quad (17)$$

4.3 シミュレーション

図 1 のサーボ制御系のモデルから、感度を用いて運動誤差を推定する。同時に各軸のサーボモデルに指令を与えて時間応答シミュレーションを行い、両者を比較する。シミュレーションに用いるサーボパラメータは、X 軸、Y 軸ともに K_p : 90/s、 K_{vi} : 100 rad/s、 K_f : 100% とし、X 軸では ω_{vx} : 400rad/s とし、Y 軸では ω_{vy} : 400, 440, 520rad/s ($\Delta\omega_v$: 0, 0.1, 0.3) と変化させる。

円弧補間運動の位置指令は半径 : 2mm、送り速度 : 3.8m/min(法線方向加速度 : 2m/s²) とする。直線補間運動の位置指令は送り速度 : 9m/min、 A_{cc} : 2m/s²、 θ_L : 45°、直線の長さ : 30mm とする。1 段目の移動平均時間を 75ms、2 段目の移動平均時間を 20ms とする。

図 2、3 に感度から推定した輪郭運動誤差軌跡と時間応答シミュレーションで求めた輪郭運動誤差軌跡の比較を示す。

図 2 を見ると、 $\Delta\omega_v = 0.1$ のとき、時間応答シミュレーションと感度から推定した輪郭運動誤差の差が 0.2~0.3 μ m であるが、 $\Delta\omega_v = 0.3$ のとき、1.2~1.4 μ m の差があることがわかる。これは図 3 でも同様の結果になっている。

$\Delta\omega_v = 0.1$ のとき、式(13)を用いて真円度は 1.6 μ m、式(16)を用いて真直度は 2.7 μ m であると計算される。仮に、運動誤差 2 μ m 以下が求められていると考えると、真直度を低減しなければならない。この条件を満たす τ_2 は式(17)より $\tau_2 \geq 28$ ms

と計算される。 τ_2 : 30ms としたときの速度指令と運動誤差の時間応答シミュレーション結果を図 4 に示す。図 4 より、真直度は 1.7 μ m となり、4.2 節で提案した τ_2 の設定法は有効であるといえる。

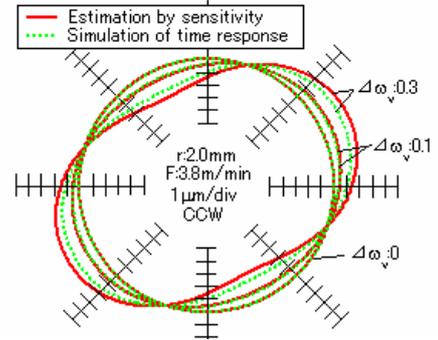


Fig.2 Contouring error in circular motion

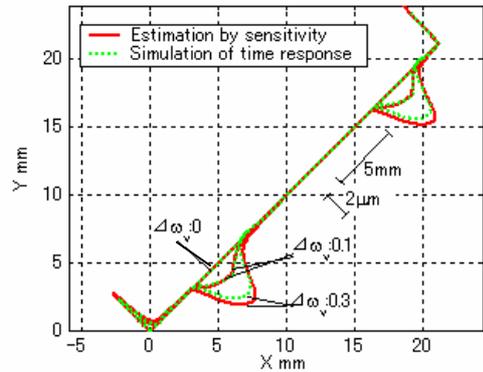


Fig.3 Contouring error in linear motion

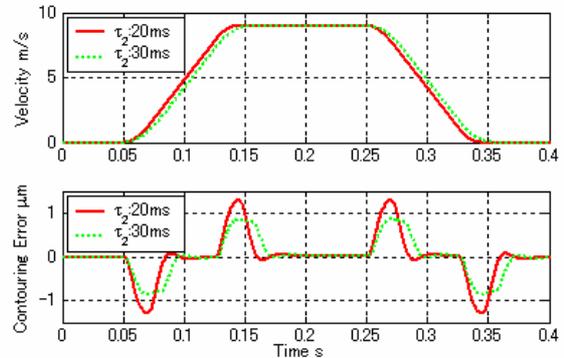


Fig.4 Simulated contouring error

5. 結言

本研究で得られた結論は以下の通りである。

- (1) 2 軸間の速度制御系の帯域の差 $\Delta\omega_v$ が小さいときは、感度を用いて輪郭運動誤差を推定することができる。
- (2) 感度を用いて推定した輪郭運動誤差から、要求される運動誤差を満たす指令値を設定する方法を提案し、シミュレーションで効果を確認した。

参考文献

- 1) Joseph J. DiStefano, Allen R. Stubberud, Ivan J. Williams: マグロウヒル大学演習 システム制御(), オーム社, (1998)
- 2) 鈴木康彦: モデルに基づいた NC 工作機械の運動精度と加工精度の向上に関する研究, 京都大学学位論文, (2005)
- 3) 藤田 純, 羽山定治, 浜村 実, 斯波和広, 垣野義昭, 松原 厚: NC 工作機械補間運動時の過渡応答誤差, 精密工学会誌, 66, 3 (2000) 434.